

Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии

1092. Составить каноническое уравнение диаметра сферы $x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y + z - 13 = 0$, параллельного прямой $x = 2t - 1, y = -3t + 5, z = 4t + 7$.

Решение:

Преобразуем уравнение сферы $x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y + z - 13 = 0$

$$x^2 - x + y^2 + 3y + z^2 + z - 13 = 0$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} + y^2 + 3y + \frac{9}{4} + z^2 + z + \frac{1}{4} - 13 - \frac{1}{4} - \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \left(y^2 + 3y + \frac{9}{4}\right) + \left(z^2 + z + \frac{1}{4}\right) - \frac{63}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{63}{4}$$

Т.е. центр этой сферы в точке $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, т.е. это будет точка искомой прямой.

Т.к. она параллельна прямой $x = 2t - 1, y = -3t + 5, z = 4t + 7$, то у них одинаковый направляющий вектор $\{2; -3; 4\}$, составим каноническое уравнение искомого диаметра.

$$\frac{x - 0,5}{2} = \frac{y + 1,5}{-3} = \frac{z + 0,5}{4}$$