825. Вектор ***x***, перпендикулярный к векторам $a = 3i + 2j + 2k$ и $b = 18i - 22j - 5k$ образует с осью *Oy* тупой угол. Найти его координаты, зная, что $|\mathrm{x}| = 14$.

Решение:

Пусть искомый вектор имеет координаты: $x = pi + qj + tk.$

Запишем условие перпендикулярности векторов, т.е. то, что их скалярное произведение равно 0.

$$xa = 3p + 2q + 2t = 0$$

$$xb = 18p - 22q - 5t = 0$$

Уже есть два уравнения, но три неизвестных, надо еще. Используем факт, что длина равна 14

$$p^2 + q^2 + t^2 = 196$$

Составим систему уравнений и решим её

$$\begin{cases} 3p + 2q + 2t = 0 \\ 18p - 22q - 5t = 0 \\ p^2 + q^2 + t^2 = 196 \end{cases} \to \begin{cases} q = -\frac{3}{2}p - t \\ 18p - 22\left(-\frac{3}{2}p - t\right) - 5t = 0 \\ p^2 + q^2 + t^2 = 196 \end{cases} \to \begin{cases} q = -\frac{3}{2}p - t \\ 18p + 33p + 22t - 5t = 0 \\ p^2 + q^2 + t^2 = 196 \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} q = -\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3}t\right) - t \\ p = -\frac{1}{3}t \\ p^2 + q^2 + t^2 = 196 \end{cases} \to \begin{cases} q = \frac{1}{2}t - t \\ p = -\frac{1}{3}t \\ p^2 + q^2 + t^2 = 196 \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} q = -\frac{1}{2}t \\ p = -\frac{1}{3}t \\ \frac{t^2}{9} + \frac{t^2}{4} + t^2 = 196 \end{cases} \to \begin{cases} q = -\frac{1}{2}t \\ p = -\frac{1}{3}t \\ \frac{4 + 9 + 36}{36}t^2 = 196 \end{cases} \to \begin{cases} q = -\frac{1}{2}t \\ p = -\frac{1}{3}t \\ \frac{7}{6}t = \pm 14 \end{cases} \to \begin{cases} q = -\frac{1}{2}t \\ p = -\frac{1}{3}t \\ t = \pm 12 \end{cases}$$

1) $t = -12; p = 4; q = 6$

Известно, что наш вектор образует тупой угол с осью ОУ, т.е. косинус этого угла отрицателен и, следовательно, отрицательно скалярное произведение векторов x и j.

$x \cdot j = (4; 6; -12) \cdot (0; 1; 0) = 6 > 0$ – не подходит.

2) $t = 12; p = -4; q = -6$

$x \cdot j = (-4; -6; 12) \cdot (0; 1; 0) = -6 < 0 -$ подходит.

Ответ: $x = (-4; -6; 12)$